

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Дејан Алексовски

ДИПЛОМСКИ РАД

Ниш, 2007

УНИВЕРЗИТЕТ У НИШУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ



**Глобална стабилизација PVTOЛ летелице са
ограниченим потиском**

- дипломски рад -

Кандидат
Дејан Алексовски

Ментор
Властимир Николић

Ниш, децембар 2007

ГЛОБАЛНА СТАБИЛИЗАЦИЈА PVTOL ЛЕТЕЛИЦЕ СА ОГРАНИЧЕНИМ ПОТИСКОМ

У овом раду бавићемо се проблемом стабилности нелинеарних система, са посебним освртом на стабилизацију PVTOL летелица. Рад садржи основно упознавање са теоријом нелинеарних система. Конкретно, покушаћемо да разложимо све аспекте стабилности, њене облике и форме – глобалну, асимптотску, еквиасимптотску, униформно асимптотску, експоненцијалну, апсолутну. Презентоваћемо Љапуновљев концепт стабилности, и упоредити га са концептом домена стабилности. У трећем поглављу приложићемо Љапуновљев директан метод, и Ла Салов сет инваријанти, као његову специфичну надоградњу. Бавићемо се такође и апсолутном стабилношћу, са акцентом на Поповљев критеријум, кружни критеријум, и метод хармонске линеаризације. У делу рада који се тиче стабилизације PVTOL летелица, пружићемо неке чињенице везане за њихов историјски развитак, представимо математички модел, и презентовати проблем заједно са распрезањем система и увођењем упрошћеног модела летелице. Извршићемо глобалну стабилизацију заједно с дефинисањем линеарне функције засићења, и презентовати резултате симулације рађене у MATLAB-у. Упоредићемо резултате симулације за систем стабилисан нелинеарним функцијама засићења, са резултатима за систем код кога нема ограничења улаза, већ појачања у повратним спрегама. Све то ће бити приказано на графицима, који су добијени симулацијом. Модел симулације рађени у MATLAB-у, приложени су уз дипломски рад.

Кључне речи: *нелинеарни системи, Љапунов, стабилност, PVTOL летелице, симулација*

GLOBAL STABILIZATION OF PVTOL AIRCRAFT WITH BOUNDED THRUST

In this paper we will deal with problems of stability of nonlinear systems, with special accent to stabilization of PVTOL aircrafts. This work contains basic knowings about theory of nonlinear systems. To be specific, we will try to expose all aspects of stability, it's shapes and forms – global, asymptotic, equiasymptotic, uniform asymptotic, exponential, absolute. We will present Lyapunov stability concept, and compare it with concept of domen of stability. In the third chapter, we will present Lyapunov direct method, and La Sal's invariant set, as it's specific extension. Also, we will deal with absolute stability, focusing on Popov's criteria, circle criteria, and harmonic linearization method. In part of this paper, that deals with stabilization of PVTOL aircrafts, we will present some facts about their historical development, it's mathematical model, and focus on a problem together with importing of simplified model of aircraft. We will stabilize the aircraft together with importing of nonlinear function of saturation, and present simulation results, done in MATLAB. We will compare simulation results for the stabilized system, with results for a system without bounded inputs, but with linear feedback gains. All this will be presented on graphics, acquired by simulation. MATLAB simulation models are presented together with this work.

Keywords: *nonlinear systems, Lyapunov, stability, PVTOL aircraft, simulation*

САДРЖАЈ:

<u>УВОД</u>	5
1. <u>ОСНОВЕ ТЕОРИЈЕ НЕЛИНЕАРНИХ СИСТЕМА</u>	6
1.1 Особине, подела и опис нелинеарности	6
1.2 Врсте нелинеарних система	9
1.3 Феномен граничног круга	11
2. <u>ЉАПУНОВЉЕВ КОНЦЕПТ СТАБИЛНОСТИ НЕЛИНЕАРНИХ СИСТЕМА</u>	18
2.1 Појам стабилности	18
2.2 Љапуновљев концепт стабилности	19
2.3 Концепт домена стабилности	26
3. <u>ДИРЕКТАН МЕТОД ЉАПУНОВА</u>	29
3.1 Основна идеја	29
3.2 Функције одређене по знаку	30
3.3 Љапуновљева функција	32
3.4 Теорема Љапунова	33
3.5 Љапуновљева теорема стабилности неаутономних система	35
3.6 Ла Салов сет инваријанти	36
4. <u>АПСОЛУТНА СТАБИЛНОСТ</u>	38
4.1 Поповљев критеријум стабилности	38
4.2 Кружни критеријум	42
4.3 Испитивање стабилности методом хармонијске линеаризације	43
5. <u>ГЛОБАЛНА СТАБИЛИЗАЦИЈА PVTOL ЛЕТЕЛИЦЕ СА ОГРАНИЧЕНИМ ПОТИСКОМ</u>	45
5.1 Досадашњи научни рад на проблему стабилизације PVTOL летелица	48
5.2 Математички модел PVTOL летелице	49
5.3 Поставка проблема	51
5.4 Распрезање система и увођење упрошћеног модела PVTOL летелице	52
5.5 Глобална стабилизација улаза	53
5.6 Дефиниција линеарне функције засићења	55
5.7 Симулациони резултати	56
<u>ЗАКЉУЧАК</u>	64
<u>ЛИТЕРАТУРА</u>	65

УВОД

Нелинеарна природа техничких система је последица нелинеарне природе свих његових подсистема и свих закона по којима се одвијају одређени процеси у њима. Сви енергетски и материјални извори као и извори инфомрација у свим техничким системима су ограниченог капацитета. Издржљивост, чврстоћа материјала у свим техничким системима такође имају одређене коначне границе. Сва померања покретних делова у техничким системима (углови заокретања, ходови клипова, ходови вентила...) такође су ограничена. Услед ових ограничења јављају се ограничења у вредностима величина стања, дозвољених поремећаја, излазним и управљачким величинама. Та ограничења доводе до нелинеарних зависности између тих величина.

Када се пажљиво размотре физичке појаве, закони који владају њима и искази тих закона, закључује се да су оне по својој природи нелинеарне. Процеси који се одигравају у техничким системима су нелинеарни. То се огледа у нелинеарниом карактеру основних закона физике, математике, термодинамике, механике флуида, електротехнике....

У механици су једначине закона о промени момента количине кретања изразито нелинеарне. У механици флуида при струјању у стационарном режиму притисак и брзина (на пример, течности), су нелинеарно повезане према Бернулијеовј једначини, или чак за идеалан гас веза између притиска и запремине је према Бојл-Маритовом закону нелинеарна. Навије-Стоксове и Рејнолдсове једначине још дубље изражавају нелинеарну природу процеса струјања флуида.

У термодинамици исказ првог закона термодинамике је нелинеаран када се има у виду да се специфична топлота материје у било ком агрегатном стању мења са температуром, или процес преноса топлоте зависи од температуре, или чак и за квазистатичке промене стања гаса, нпр. За политропску промену, веза између термодинамичких величина је нелинеарна.

У електротехници, почевши од веза између напона, отпора и струје изражених преко Омовог закона који је нелинеаран када се има у виду да отпорност зависи од температуре и да постоји веза између топлоте и струје квадратног облика, па су надаље све појаве нелинеарне. Ово је још израженије у електроници јер су електронски елементи, нпр. диода, по природи изразито нелинеарни. Врло сложени нелинеарни феномени се јављају у магнетизму.

ЗАКЉУЧАК

Сагледавање стабилности система на адекватан и поуздан начин је од огромног значаја за испитивање система. Дикретан метод Љапунова даје нам поуздан и опште прихваћен приступ анализи стабилности нелинеарних система. Он је истовремено и основа на којој су се развили и други методи и критеријуми за испитивање стабилности.. Општост овог метода огледа се и у његовој променљивости код испитивања стабилности нелинеарних система, када се стандардним избором функције Љапунова обезбеђује релативно једноставан поступак.

Фреквентни критеријум апсолутне стабилности Попова представља један од врло погодних начина за испитивање апсолутне стабилности нелинеарних система, нарочито уколико се примењује графичка интерпретација. Он даје довољне услове стабилности у зависности од фреквентне карактеристике линеарног дела система. Одговарајуће модификације овог критеријума такође дају задовољавајуће резултате у погледу анализе стабилности.

Код неких примера нелинеарних система, јавља се случај када апсолутна стабилност равнотежног стања не обезбеђује истовремено и стабилност самог процеса у систему. Зато је од посебног интереса одређивање подобласти апсолутне стабилности, чиме се заправо утврђују границе промене поједних параметара система, такве да обезбеђују стабилност процеса.

Веома је битно напоменути да примена свих изложених метода у великој мери зависи од типа конкретног испитиваног нелинеарног система, односно, првенствено од типа нелинеарних карактеристика елемената који фигуришу у том систему.

Јасно је, дакле, да је за успешно спровођење анализе стабилности битно познавати својства система, његових елемената и прилагодити избор критеријума конкретном случају, што је с друге стране условљено познавањем критеријума могућности испитивања стабилности одговарајућим методама, али и искуством.

Из анализе стабилизације PVTOL летелице, видели смо да је овакве компликоване, и врло актуелне проблеме стабилности нелинеарних система, могуће врло успешно решити на рачунару. Програмски пакет MATLAB и у оквиру њега SIMULINK дају релевантне резултате, на брз и ефикасан начин. Треба још и нагласити да, када је само понашање летелица у питању, SIMULINK обезбеђује сјајне могућности анализе стабилности, као и самог праћења кретања летелица. Када се томе дода чињеница да постоје и неки додаци за SIMULINK развијени од самих корисника MATLAB-а, онда можемо констатовати да је овај програм изузетно ефикасно срадство за компјутерску анализу понашања летелица, што га чини веома актуелним и применљивим у данашњим приликама модерног технолошког развитка.

ЛИТЕРАТУРА

- „Нелинеарни системи“ - Љубомир Т. Грујић, Драган В. Лазић
- „Стабилност нелинеарних система“ - Т. Петровић, А Ракић
- „Управљање нелинеарним системима“ - предавања с Бањалучког машинског факултета
- „Нелинеарни системи“ - В. Николић, предавања с Нишког машинског факултета
- „Advanced nonlinear control” - Victor Becerra
- „Nonlinear control” - Berkeley University lectures, Claire Tomin
- „Control of nonlinear dynamic systems” - Anouck Girard
- „Analyzes of nonlinear systems” - Yi Mia, University of Illinois
- „Global stabilization of PVTOL aircraft with bounded thrust” - I. Fantoni, A. Zavala, R. Lozano
- „Switching in nonminimum phase systems: Applications to VSTOL aircraft” - M. Oishi, C. Tomlin; Stanford University
- „Output tracking for a nonminimum phase dynamic CTOL aircraft model” - C. Tomlin, J. Lygeros, L. Benvenuti, S. Sastry; Berkeley University
- „An alternative nonlinear control law for the global stabilization of the PVTOL vehicle” - R. Wood, B. Cazzolato
- „SIMULINK tutorial” - G. Washington, A. Rajagopalan
- „MATLAB” - The Mathworks, inc.
- „Programski jezik MATLAB” - Dejan Župan
- „MATLAB on-line tutorials” - Berkeley University