

Univerzitet u Nišu
Mašinski fakultet



Primena uslova plastičnosti

- diplomski rad -

Kandidat
Ilić V. Dejan 8673

Mentor
prof.dr. Bojan Rančić

Niš, maj 2008.

Primena uslova plastičnosti

(rezime)

- **Uslov plastičnosti. Površina i kriva plastičnosti (tečenja)**
- **Uslov plastičnosti konstantnosti maksimalnog tangencijalnog napona (uslov Treska - Sen-Venan-a)**
- **Uslov plastičnosti konstantnosti intenzivnosti tangencijalnih, napona (uslov po Mizes-u)**
- **Uslovi očvršćavanja. Površina opterećenja**
 - 1. Opterećenje i rasterećenje
 - 2. Površina opterećenja (naprezanja)
 - 3. Rasterećenje
- **Uslov izotropnog očvršćavanja**
 - 1. Osnovna varijanta uslova izotropnog očvršćavanja
 - 2. Hipoteza "jedne krive"
 - 3. Energetski uslov očvršćavanja
 - 4. Ojkvistov uslov
- **Teorija plastičnog tečenja**
 - 1. Opšti stavovi
 - 2. Stanje plastičnosti. Prandtl-Reisova jednačina
 - 3. Teorija plastičnosti Sen-Venana – Mizesa
 - 4. Stanje očvršćavanja
 - 5. Završne napomene
- **Deformaciona teorija plastičnosti**
 - 1. Opšte postavke
 - 2. Stanje linearne elastičnosti (Hukov zakon)
 - 3. Stanje plastičnosti
 - 4. Stanje očvršćavanja
 - 5. Razmatranje dobijenih rešenja

- Veze između teorije plastičnosti i deformacione teorije

1. Slučaj prostog opterećenja
2. Primena na zajedničko uvijanje i istezanje tankozidne cevi

- Uopštenje u slučaju idealne plastičnosti

1. Funkcija plastičnosti i plastični potencijal
2. Asocirani zakon plastičnosti
3. Delimično ravne površine plastičnosti
4. Primer primene- tečenje na ivici prizme po Treska – Sen-Venanu
5. Anizotropna sredina

- Uopštenje problema. Slučaj sredine koja očvršćava

1. Površina opterećenja
2. Konstruisanje površine opterećenja prema eksperimentalnim podacima
3. Neki oblici površine opterećenja

- Drukerov postulat i Konveksnost površine opterećenja

1. Uslov očvršćavanja i Drukerov postulat
2. Konveksnost površine opterećenja i asocirani zakon plastičnosti
3. Slučaj idealne plastičnosti
4. Završne napomene

- Jednačine termoplastičnosti

1. Jednačine teorije plastičnog tečenja
2. Slučaj idealne plastičnosti
3. Jednačine deformacione teorije
4. Završna razmatranja

Lista pet ključnih reči :

- deformisanje
- plastičnost
- očvršćavanje
- istezanje
- smicanje

Sadržaj

UVOD.....	1
1. Uslov plastičnosti. Površina i kriva plastičnosti (tečenja).....	2
2. Uslov plastičnosti konstantnosti maksimalnog tangencijalnog napona (uslov Treska - Sen-Venan-a).....	4
3. Uslov plastičnosti konstantnosti intenzivnosti tangencijalnih, napona (uslov po Mizes-u)	6
4. Uslovi očvršćavanja. Površina opterećenja.	7
4.1. Opterećenje i rasterećenje.....	7
4.2. Površina opterećenja (naprezanja)	8
4.3. Rasterećenje	8
5. Uslov izotropnog očvršćavanja	10
5.1. Osnovna varijanta uslova izotropnog očvršćavanja	10
5.2. Hipoteza "jedne krive"	10
5.3. Energetski uslov očvršćavanja.	12
5.4. Ojkvistov uslov.	12
6. Teorija plastičnog tečenja	13
6.1. Opšti stavovi	13
6.2. Stanje plastičnosti. Prandtl-Reisova jednačina	14
6.3. Teorija plastičnosti Sen-Venana - Mizesa	15
6.4. Stanje očvršćavanja	16
6.5. Završne napomene.....	17
7. Deformaciona teorija plastičnosti	19
7.1. Opšte postavke	19
7.2. Stanje linearne elastičnosti (Hukov zakon)	21
7.3. Stanje plastičnosti.....	22
7.4. Stanje očvršćavanja	23
7.5. Razmatranje dobijenih rešenja	24
8. Veze između teorije plastičnosti i deformacione teorije	28
8.1. Slučaj prostog opterećenja	28
8.2. Primena na zajedničko uvijanje i istezanje tankozidne cevi.....	30
8.2.1. Rešenje po deformacionoj teoriji	30
8.2.2. Rešenje po teoriji plastičnosti.....	31
8.2.3. Specijalni slučajevi	31
8.2.3.1. Linearni put deformisanja.....	32
8.2.3.2. Stepenast put deformisanja	32
8.2.3.3. Približavanje rezultata pri razvijanju deformacije u određenom pravcu	33
8.2.3.4. Prosto opterećenje i proporcionalan porast opterećenja	35
8.2.3.5. Eksperimentalne provere	36

9. Upštenje u slučaju idealne plastičnosti	38
9.1. Funkcija plastičnosti i plastični potencijal.....	38
9.2. Asocirani zakon plastičnosti	40
9.3. Delimično ravne površine plastičnosti	41
9.4. Primer primene - tečenje na ivici prizme po Treska – Sen-Venanu	43
9.5. Anizotropna sredina	44
10. Upštenje problema. Slučaj sredine koja očvršćava.....	45
10.1. Površina opterećenja.....	45
10.2. Konstruisanje površine opterećenja prema eksperimentalnim podacima.....	45
10.3. Neki oblici površine opterećenja.....	47
10.3.1. Izotropno očvršćavanje	47
10.3.2. Translatorno očvršćavanje	48
10.3.3. Prenos i širenje	49
10.3.4. Asocirani zakon plastičnosti.....	49
10.3.5. Singularne površine opterećenja.....	51
10.6. Završna razmatranja	52
11. Drukerov postulat i Konveksnost površine opterećenja.....	54
11.1. Uslov očvršćavanja i Drukerov postulat.....	54
11.2. Konveksnost površine opterećenja i asocirani zakon plastičnosti	56
11.3. Slučaj idealne plastičnosti.....	57
11.4. Završne napomene.....	58
12. Jednačine termoplastičnosti	59
12.1. Jednačine teorije plastičnog tečenja	59
12.2. Slučaj idealne plastičnosti.....	61
12.3. Jednačine deformacione teorije.....	61
12.4. Završna razmatranja	62
Zaključak	63
Literatura.....	66
Biografija kandidata.....	67

UVOD

Pod obradom metala deformacijom, ili obradom bez skidanja strugotine podrazumevaju se one metode obrade pri kojima se metalu daje željeni oblik plastičnom deformacijom i odvajanjem. Metode obrade deformacijom su mnogobrojne i one nalaze najširu primenu u metalnoj industriji.

Da bi se materijal mogao prerađivati, potrebno ga je dovesti u stanje plastičnog tečenja, što znači da ga treba opteretiti iznad granice elastičnosti. Potreban rad i silu (opterećenje) ostvaruju mašine za obradu deformisanjem: prese, kovački čekići, mašine za savijanje, makaze, automati itd.

Ukoliko se materijal optereti iznad granice razvlačenja (granice plastičnog tečenja), tada se trajno deformiše, a ovaj način obrade se označava kao obrada plastičnom deformacijom. Ako se opterećenje i dalje povećava, u jednom momentu će doći do razdvajanja čestica materijala. Tako da se područje obrade metala može sa stanovišta deformacije podeliti na dva dela: deformaciju do razaranja metala i plastičnu deformaciju.

Plastičnom deformacijom se menja spoljni oblik metala. Promene oblika su praćene i promenom unutrašnje strukture metala. Uzimajući u obzir ove strukturne efekte plastične deformacije pogodno je da se obrada metala podeli na obradu u hladnom i obradu u toplom stanju.

U tekstu koji sledi neće biti reci o praktičnoj primeni plastičnog deformisanja u procesu proizvodnje i problemima koji se tu javljaju, već će biti predstavljena teorijska viđenja plastičnog deformisanja i to pod nazivom Primena uslova plastičnosti.

Zaključak

Na osnovu izložene materije mozemo izvesti sledeće zaključke:

- Krive deformacije odnose se na jednoosno naponsko stanje. Važno je da se poznaje ponašanje materijala pri složenom naponskom stanju. U stvari, potrebno, je da imamo predstavu o tome, koji uslovi karakterišu prelaz materijala iz elastičnog stanja u stanje plastičnosti. Pri prostom istezanju u stanju plastičnosti $s_1 = \text{const} = K$, dok je pri čistom smicanju $t = \text{const} = t_s$.
- Francuski inženjer Treska, bazirajući se na svojim opitima o isticanju materijala kroz otvore, dao je pretpostavku, da u stanju plastičnosti u svim tačkama sredine maksimalni tangencijalni napon ima jednu te istu vrednost za posmatrani materijal, kao i da je ta vrednost jednaka, kao što sledi iz razmatranja prostog istezanja, $K/2$. Nešto kasnije Sen-Venan je matematički formulisao ovaj uslov za slučaj ravanskog deformacionog stanja
- Uslov Treska-Sen-Venan-a uopšte uzev zadovoljavajuće karakteriše stanje plastičnosti materijala i u saglasnosti je sa posmatranjima vezanim za Lidersove linije. Pažljivijim eksperimentalnim ispitivanjima utvrđena je neznatna sistematska greška od uslova Sen-Venan-a pri kovanju metala u stanju plastičnosti. U stvari, eksperimentalno dobijeni podaci svedoče o nekom uticaju tekućeg glavnog napona na stanje plastičnosti.
- Plastična deformacija dovodi do očvršćavanja materijala, povećava se njegova granica elastičnosti (u pravcu deformisanja). Pri prostom istezanju (sl. 2, a) za dostignuto stanje M granica elastičnosti jednaka je s_{1M} ; oblast vrednosti $0 - s_{1M}$ može da se nazove elastična oblast. Ako se napon menja u ovim granicama, nastaje samo elastična deformacija. Pri daljem opterećenju u tački M nastaviće se plastična deformacija. Na ovaj način, napon s_{1M} predstavlja neku tekuću granicu elastičnosti, koja zavisi od prethodnih plastičnih deformacija i koja omogućava da se razlikuju naprezanje (koje je praćeno daljom plastičnom deformacijom) i rasterećenje (koje je čisto elastično).
- Pri prelazu ka složenom naponskom stanju uvodi se pojam površine opterećenja Σ (ređe nazvana površina plastičnosti). Ova površina u naponskom prostoru s_{ij} u datom stanju sredine deli oblast elastičnog deformisanja od oblasti plastičnog deformisanja (sl. 2, b). Koordinatni početak 0

odgovara nultim naponima. Doopterećenje ds_{ij} dovodi bilo do elastičnih deformacija (rasterećenja, ako je vektor ds_{ij} usmeren unutar Σ), bilo do produžavanja plastičnih deformacija (opterećenje, ako je vektor ds_{ij} usmeren od Σ). Priraštaj ds_{ij} , koji se nalazi u tangencijalnoj ravni na površini opterećenja (neutralne promene) dovodi samo do elastičnih deformacija (uslov kompatibilnosti).

- Pri rasterećenju deformacija elemenata sredine odvija se zahvaljujući elastičnoj potencijalnoj energiji akumuliranoj u njima; o poslednjoj može da se donese ocena, razume se, samo na osnovu eksperimentalnih podataka.

- Proces plastične deformacije nepovratan je, jer veliki deo deformacionog rada prelazi u toplotu. Naponi u krajnjem zavise od puta deformisanja. U vezi sa ovim, jednačine, koje opisuju plastičnu deformaciju, u principu ne mogu da budu konačne relacije, koje povezuju komponente napona i deformacija (analogno relacijama Hukovog zakona), već moraju da budu diferencijalne (i još neintegrabilne) zavisnosti.

- Jednačine deformacione teorije plastičnosti u potpunosti opisuju plastičnu deformaciju pri prostom opterećenju, kada komponente devijatora napona rastu proporcionalno jednom parametru; ove jednačine pogodne su i u slučajevima, kada postoji neko odstupanje od prostog opterećenja.

- Dakle, ravnotežni nepovratni proces istezanja štapa može da se predstavi jednačinom stanja nekog idealnog nelinearno-elastičnog tela na ma kom delu opterećenja i rasterećenja štapa.

- Eksperimentalni podaci potvrđuju i činjenicu da se pravci (i smerovi) glavnih osa tenzora napona i tenzora priraštaja plastične deformacije poklapaju. Treba, jednako, nanomenuti, da pri složenim ("cik-cak") opterećenjima, a posebno ako su kombinovana sa umetnutim rasterećenjima, nastaje znatan uticaj anizotropije, koju materijal dobija u procesu plastičnog deformisanja. Opisivanje pojava deformacione anizotropije otežano je zbog njihove male izučenosti i zbog potrebe znatno složenije teorije

- Jednačine teorije tečenja (plastičnosti) koje su date u (6), zadovoljavajuće opisuju mehaničko ponašanje očvršćavajuće sredine samo u uslovima ne previše složenog opterećenja. Ipak, očvršćavanje, koje prati plastično deformisanje, ima orijentisani karakter i pri troosnom (ili dvoosnom) naponskom stanju predstavlja složenu i uopšte nedovoljno izučenu pojavu; za njegovo opisivanje (misli se na očvršćavanje) potrebno je bitno uslošnjenje teorije

- Ostvarena ispitivanja u uslovima ravanskog naponskog stanja pri različitim programima opterećenja omogućavaju formiranje predstava o zavisnosti površine opterećenja od procesa plastičnog deformisanja

- Drukerov postulat, uopštavajući, u suštini, jednostavne činjenice, dovodi do važnih zaključaka u odnosu na konveksnost površine opterećenja i neophodnosti asociranog zakona plastičnog tečenja. Očigledno, da jednačina plastičnosti sada može da se postavi na drugačiji način, nego što je to bilo učinjeno u prethodnim poglavljima. Odnosno, dovoljno je da se pođe od predstave o površini opterećenja i da se primeni Drukerov postulat i uslov kontinualnosti (10). Iz ovih pretpostavki nužno proističu jednačine plastičnog tečenja, koje su razmotrene u poglavlju (6).

- Elementi mnogih mašina i postrojenja nalaze se pod opterećenjem u uslovima visoke i često nestacionarne temperature. Pritom, ne retko nastaju plastične deformacije. Pri prisustvu temperaturskog polja analiza plastičnog ponašanja materijal prilično je usložnjena, jer granica tečenja (razvlačenja = plastičnosti) zavisi od temperature. Nadalje će se pretpostaviti, da temperatura nije previše visoka, tako da mogu da se zanemare deformacije puzanja. Zanemarivanje puzanja opravdano je još više, ako se deformacija odvija u kratkom vremenu; tada deformacije puzanja ne mogu da se razviju i mogu da se zanemare.

- Kod termičkih zadataka obično ne sme da se zanemari elastična deformacija. Ali u nekim slučajevima pri razvijenom plastičnom tečenju može da se koristi intenzivna plastična šema. Isto tako, kao i u slučaju izotermičkih promena, mogu da se posmatraju singularne površine opterećenja (plastičnosti). Može, na primer, da se uzme šestostrana prizma po Treska – Sen-Venanu. Za tečenje (plastično) na ivici zadržavaju se ranija razmatranja (9 i 10). Rešenja specijalnih zadataka i dalja uopštenja čitalac može da nađe u specijalizovanoj (po termoplastičnosti) literaturi.

Literatura

- [1] Musafija B., Primenjena teorija plastičnosti, I deo, Univerzitet u Sarajevu, Sarajevo, 1974.
- [2] Kačanov L. N., Osnovi teorije plastičnosti, Nauka, Moskva, 1969.
- [3] Beckofen W. A., Deformation Processing, Addison-Wesley publishing company (prevod na ruski, Metalurgija, Moskva), 1977.
- [4] Kolmogorov V. L., Plastičnost i razrušenje, Metalurgia, Moskva, 1977.
- [5] Jonson W., Mellor P. B., Engineering Plasticity, Van Nostrand Reinhold Company (prevod na ruski, Mašinstroenie, Moskva), 1979.